2. ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ

Самым главным достижением ученого – А. М. Ляпунова является, конечно же, создание теории устойчивости движения. Вклад его в эту теорию настолько велик, что в мировой литературе развитие устойчивости движения делят на доляпуновский и послеляпуновский периоды, а понятие устойчивости движения носит название устойчивости по Ляпунову. Именно докторская диссертация А. М. Ляпунова [1], подготовленная им в Харькове и успешно защищенная в Московском университете в 1892 г., стала основой современной теории устойчивости движения. Все последующие исследования в этой области являются развитием методов Ляпунова. Эта работа принадлежит к числу наиболее выдающихся достижений математической мысли. В ней Ляпунов не только впервые правильно и четко поставил вопросы теории устойчивости, но и, опережая время, развил во многих направлениях качественную теорию дифференциальных уравнений.

Проблема устойчивости технического происхождения, задачи устойчивости равновесия тел или механических систем были первыми задачами кинетики. После определения положения равновесия возникает вопрос о его устойчивости. Практическое значение могут иметь только устойчивые положения, которые характеризуются тем, что система, выведенная из положения равновесия, автоматически в него возвращается. Первым подобные задачи решал Архимед, который, рассматривая положение равновесия, проверял, может ли тело, выведенное из него, самостоятельно в это положение вернуться. Во избежание трудоемкой работы, ученые с давних пор стремились получить критерий, при помощи которого можно, не производя расчетов, определить, будет ли положение равновесия или состояние движения устойчиво.

Для системы тел, находящихся под действием сил тяжести, такой критерий сформулировал ученик Г. Галилея Э. Торричелли. Он считал, что равновесие будет устойчивым, если центр тяжести системы тел занимает самое низшее из возможных положений. Например, для тела, имеющего одну точку опоры, центр тяжести должен находиться ниже этой опоры.

В другом, более сложном вопросе, об устойчивости движения, все исследования группировались около некоторых частных задач. Вопрос об устойчивости движения имеет не только большое теоретическое, но и громадное практическое значение, являясь частным случаем математической проблемы о качественном характере решения дифференциальных уравнений движения. В XVIII веке в астрономии, после того, как было установлено, что движение планет осуществляется под действием сил всемирного тяготения, возник вопрос об устойчивости этого движения. Но пока оно рассматривалось только под действием притяжения Солнца, было ясно, что падение планеты на Солнце невозможно благодаря законам сохранения энергии и момента количества движения.

Важнейшей задачей космогонии является также исследование устойчивости форм равновесия неоднородной вращающейся жидкой массы, находящейся под действием сил взаимного притяжения. А. К. Клеро в работе «Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики» (1743) поставил общую задачу о фигурах равновесия медленно вращающейся неоднородной жидкости и доказал, что сфероид является фигурой равновесия движущейся жидкости [2].

Проблема устойчивости в неявном виде возникает также и в теории малых колебаний, которая для систем с конечным числом степеней свободы была доведена до высокой степени совершенства в трудах Д. Бернулли, д'Аламбера, Л. Эйлера и Лагранжа. Так к середине XVIII в. проблемой научной разработки стал вопрос об устойчивости плавающего тела. Л. Эйлер в книге «Scientia Navalis» («Корабельная наука», 1749 г.) [3] рассмотрел задачу остойчивости корабля*. Там же были заложены основы теории колебаний. «Корабельная наука» явилась первой работой, посвященной теории устойчивости, таким образом, Эйлера следует считать одним из основоположников математической теории устойчивости.

Основой же для создания теории малых колебаний, описываемых линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, стали уравнения Лагранжа II рода [4]. В дальнейшем она получила название теории линейных колебаний. Линейность редко присуща механической системе, а в большинстве случаев является результатом ее упрощения. Простота теории линейных дифференциальных уравнений с постоян-

* У большинства авторов морской термин остойчивость пишется как устойчивость, что по нашему мнению неверно.

ными коэффициентами, описывающих колебания, обусловила их широкое распространение в технике. Рассматривая малые колебания вблизи положения равновесия, которые осуществляются с малыми скоростями, можно в уравнениях движения отбросить члены второго и высших порядков относительно обобщенных координат и скоростей. Тогда для системы с s степенями свободы кинетическая и потенциальная энергии записываются как квадратичные формы обобщенных скоростей и обобщенных координат

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} a_{ij}\dot{q}_i\dot{q}_j, \qquad \Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} c_{ij}q_i q_j, \tag{2.1}$$

где $a_{ij} = a_{ji}$ – инерционные, а $c_{ij} = c_{ji}$ – упругие или квазиупругие коэффициенты системы. Применяя уравнения Лагранжа для консервативных систем

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q_j}, \quad (j = 1, 2, \dots, s), \tag{2.2}$$

получим систему s линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

$$\sum_{j=1}^{s} a_{ij}\ddot{q}_j = -\sum_{j=1}^{s} c_{ij}q_j, \quad (i = 1, 2, \dots, s). \tag{2.3}$$

Частное решение (2.3) ищется в виде

$$q_j = A_j \sin(kt + \alpha), \quad (j = 1, 2, \dots, s), \tag{2.4}$$

и описывает моногармонический колебательный режим с частотой k, одинаковой для всех обобщенных координат, которую, как и амплитуды A_j, надо найти. Дифференцируя (2.4) дважды по t и подставляя результат в уравнения (2.3), получим систему линейных однородных уравнений для нахождения амплитуд

$$\sum_{j=1}^{s}\left(c_{ij} - k^2 a_{ij}\right)A_j = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, s), \tag{2.5}$$

или в матричной форме

$$\left(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2\right)\vec{A} = 0 \qquad (2.6)$$

где **I** и **C** – матрицы соответственно инерции и жесткости, компонентами которых будут инерционные и упругие коэффициенты, а $\vec{A}$ - вектор (матрица-столбец) амплитуд колебаний. Поскольку при колебаниях системы все амплитуды не могут равняться нулю, должен быть равен нулю определитель, состоящий из коэффициентов системы (2.6)

$$\det\left(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2\right) = 0\ . \qquad (2.7)$$

Уравнение вида (2.7) впервые рассмотрели Лагранж и Лаплас в теории вековых возмущений элементов планетных орбит, и поэтому оно получило название векового уравнения (оно также называется уравнением частот).

Вековое уравнение является уравнением s-й степени относительно k^2, число его корней равно числу степеней свободы системы, а корни принято располагать в порядке возрастания $k_1 < k_2 < \ldots < k_s$, при этом они образуют спектр собственных частот, а s амплитуд $A_{1j}, A_{2j}, \ldots A_{sj}$ представляют собой j-ю форму колебаний. Каждому корню k_i соответствует частное решение вида (2.4), а общее решение представляет собой сумму таких решений.

При рассмотрении конкретных задач сразу же возник вопрос, будет ли решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, описывающей малые колебания, содержать только периодические функции. Здесь вопросы устойчивости и анализа колебательных процессов пересекаются. Лагранж сформулировал теорему, дающую условия равновесия линеаризованной задачи: *Положение равновесия консервативной системы с идеальными стационарными голономными связями является устойчивым, если потенциальная энергия такой системы в этом положении имеет строгий минимум.*

Однако в «Аналитической механике» [4] Лагранж повторяет ошибку, допущенную д’Аламбером в 1761 г., о том, что кратные корни вековогого уравнения соответствуют неустойчивому решению, так как якобы при этом в решении появляются секулярные (вековые) члены, содержащие *t* не под знаком синуса или косинуса. Поскольку в рассматриваемой консервативной системе амплитуда расти не может, д'Аламбер и Лагранж считали, что уравнение частот не может иметь кратных корней. В этом и заключался парадокс д'Аламбера – Лагранжа. Научный авторитет этих ученых был так высок, что их ошибку повторили и Лаплас, и Пуассон, а исправили ее только лишь спустя почти 100 лет независимо друг от друга в 1858 году К. Вейерштрасс и через несколько месяцев в 1859 году О. И. Сомов [5].

В первой трети XIX века теория устойчивости и теория колебаний не особенно обогатились, так как еще не было стимулов для их развития. Зарождающееся машиностроение пока еще не ставило перед инженерами динамических задач, и они обходились только статическими расчетами. Задача о поведении корабля на волнении (качка) оставалась пока еще недоступной из-за своей сложности, и кораблестроители на практике пользовались разработанными графическими приемами. В небесной механике техника приближенных расчетов орбит планет и комет была доведена до высокой степени совершенства, но качественные методы исследований не разрабатывались. В частности, пользуясь теорией малых колебаний, Лаплас доказал устойчивость движения Солнечной системы в течение длительного времени благодаря малым эксцентриситетам и малым взаимным наклонам их орбит и движению всех планет в одну сторону. Лаплас завершил создание небесной механики на основе закона всемирного тяготения и доказал, что этот закон полностью объясняет движение планет, представив их взаимные возмущения, носящие периодический характер, математическими рядами.

Однако стремление к математической строгости побудило ученых заняться вопросами теории колебаний и устойчивости. Так доказательство теоремы об устойчивости равновесия, сформулированной Лагранжем, было усовершенствовано Ф. Миндингом в его курсе механики (1838 г.) [6], а в 1846 г. точное доказательство этой теоремы дал Г. П. Лежён-Дирихле [7], и теорема получила название теоремы Лагранжа – Дирихле. Не прибегая к каким-либо разложениям в ряды, Дирихле показал, что строгое заключение об устойчивости движения можно получить, располагая только одним интегралом уравнений движения. Точное доказательство теоремы было важным шагом по пути, приведшем впоследствии к методу функций Ляпунова. Кроме того, Дирихле показал, что выводы об устойчивости требуют исследований, относящихся ко всей продолжительности движения. С этим связано критическое замечание Дирихле о правомерности применяющегося в небесной механике метода линеаризации уравнений движения. Таким образом, маленькая заметка Дирихле [7], в которой содержится доказательство теоремы об устойчивости равновесия, имеет огромное значение и является важной вехой на пути создания теории устойчивости движения.

В линейной алгебре английским математиком Дж. Сильвестром был доказан следующий критерий: *Если соответствующее нулевым значениям обобщенных координат положение равновесия устойчиво, то потенциальная энергия в этом положении имеет изолированный минимум и выражение для нее является положительно определенной формой, а для этого необходимо и достаточно, чтобы все главные диагональные миноры матрицы квадратичной формы были положительны.* Т.е. должны выполняться условия:

$$c_{11} > 0, \qquad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} > 0,$$

$$\begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix} > 0, \quad \cdots \quad , \quad \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1s} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2s} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{s1} & c_{s2} & \cdots & c_{ss} \end{vmatrix} > 0 \tag{2.8}$$

Большой вклад в развитие теории колебаний и устойчивости линейных дискретных систем внес русский математик и механик О. И. Сомов. Особо важное место в его творчестве занимает работа «Sur l'equation algébrique á l'aide de laquelle on détermine les oscillations trés petites d'un systéme de points matériels», опубликованная в Mémoires de l'Académie Impériale des Sciences de St. Petersbourg. т.1 №14 в 1859 г. Подробное изложение статьи «Об алгебраическом уравнении с помощью которого определяются малые колебания системы материальных точек» в переводе с французского приведен в [8, с. 60–74]. В ней Сомов показал, что корни векового уравнения вещественны и положительны. Кратные корни в нем возможны и не приводят к неустойчивости движения, так как речь идет не об одном уравнении, а о системе уравнений. Сомов также рассматривает случай, когда корень равен нулю. Тогда искомая функция растет со временем, а равновесие является неустойчивым, что, однако, не противоречит теореме Лагранжа – Дирихле, так как она в этом случае неприменима, ибо потенциальная энергия не имеет при нулевых значениях координат изолированного минимума. Рэлей отмечал, что впервые аналитическая теория общего случая свободных колебаний, где координаты не являются нормальными, была разобрана Сомовым.

В 1867 г. вышел в свет «Трактат по натуральной философии»* знаменитых английских физиков У. Томсона (лорд Кельвин) и П. Тэта, оказавший большое влияние на развитие теории устойчивости. В нем содержатся результаты пятнадцатилетних размышлений авторов по вопросу устойчивости движения. Они показывают, что минимальность действия на траектории влечет за собой ее устойчивость.

В середине XIX века возникают задачи регулирования хода машин, снабженных центробежным регулятором Уатта. Хотя Уатт запатентовал свой регулятор еще в 1784 г., первоначально маломощные двигатели имели большие маховики и легкие регулирующие органы, перемещавшиеся с существенным трением, обусловленным грубым исполнением регуляторов. Указанные обстоятельства обеспечивали устойчивую работу последних. С увеличением мощности и скорости паровых машин проблемы применения центробежных регуляторов впервые обратили серьезное внимание инженеров и ученых на значение теории устойчивости движения для техники. Одной из первых существенных работ, посвященных теории центробежного регулятора, был мемуар Дж. К. Максвелла «О регуляторах» (1868 г.) [9]. В нем рассматриваются условия устойчивой работы астатических регуляторов, базирующиеся на учете сил кулоновского трения. Мак-

* W. Thomson, P. G. Tait. Treatise on natural philosophy, v. I. Oxford, 1867

свелл рассматривает процесс саморегулирования, и указывает, что проблема устойчивости равномерного вращения машины, снабженной регулятором, может решаться с помощью теории малых колебаний. До этого он в 1859 г. применил эту теорию в работе, посвященной устойчивости кольца Сатурна.

Серьезную теоретическую работу «О центробежном уравнителе», посвященную центробежному регулятору, значение которой оценили только полвека спустя, опубликовал в 1871 г. П. Л. Чебышёв.

Однако работой, с которой берет начало современная линейная теория регулирования, по праву считается статья И. А. Вышнеградского «О регуляторах прямого действия», опубликованная в 1877 году в Известиях Санкт-Петербургского Практического технологического института [8, с. 137–151]. Действительно, общий подход, который он впервые применил при составлении математической модели замкнутой системы «объект – регулятор», базирующийся на совместном рассмотрении регулятора и объекта, до настоящего времени практически не изменился, за исключением некоторых деталей и терминологии. В своей работе И. А. Вышнеградский пришел к весьма важным выводам: от кулоновского трения в регуляторах необходимо избавляться с помощью более тщательной обработки деталей. В то же время для устойчивой работы регулятора необходимо включать в систему катаракт (демпфер вязкого трения) [10]. В следующем 1878 г. Вышнеградский рассмотрел также задачу непрямого регулирования [9].

В конце XIX века появились работы, в которых вопросы устойчивости движения трактовались с единых позиций. Некоторые, полученные в них результаты, не утратили своего значения и в наши дни.

Большой интерес вызвала задача об устойчивости Лагранжевых частных решений астрономической задачи трех тел. В 1877 г. Раус получил золотую медаль за «Трактат об устойчивости заданного состояния движения». Однако в нем определение понятия устойчивости достаточно расплывчатое, Раус называет движение устойчивым, если квадратами и высшими степенями возмущений можно пренебречь, а затем, забыв об этом определении, ставит вопрос о влиянии отбрасывания членов высших порядков на устойчивость движения. При этом ценным оказывается замечание Рауса об относительности понятия устойчивости, т.е. движение может быть устойчиво для одного вида возмущений и неустойчиво для другого.

Особый вклад в решение этой задачи внес Н. Е. Жуковский, который в своей докторской диссертации «О прочности движений», изданной в 1882 г., развил понятие устойчивости траекторий динамических систем, которое сейчас называют орбитальной устойчивостью [8, с. 205]. Однако обстоятельное исследование Жуковского, в котором рассматриваются многочисленные примеры, опять было проведено с помощью уравнений первого приближения.

А. Пуанкаре в своем исследовании, посвященном качественной теории дифференциальных уравнений отметил прямое его отношение к теории устойчивости движения Солнечной системы.

Таким образом, до исследований Ляпунова задача об устойчивости движения решалась по первому приближению методом линеаризации уравнений движения без выяснения вопроса об ее законности. Рассмотрим, что же предложил А. М. Ляпунов в своей докторской диссертации [1].

Пусть положение системы характеризуется s обобщенными координатами $q_1, q_2, ..., q_s$. А. М. Ляпунов вводит в рассмотрение новые переменные $\xi_i = q_i; \quad \xi_{i+s} = \dot{q}_i; \quad i = 1, 2, ... s$. В этих переменных уравнения движения системы приводятся к виду

$$\frac{d\xi_i}{dt} = F_i(t, \xi_1, \xi_2, ..., \xi_n); \qquad i = 1,2,..., s, \tag{2.9}$$

т.е. к уравнениям первого порядка, где правые части, вообще говоря, не периодичны относительно t.

Рассмотрим определенное движение этой системы, соответствующее какому-нибудь частному решению:

$$\xi_i = \varphi_i(t); \quad i = 1, 2, ... 2s. \tag{2.10}$$

Судить об устойчивости движения будем в зависимости от поведения соседних движений, т.е. таких движений, для которых начальные условия мало отличаются от начальных условий $\varphi_i(0)$. Все эти движения называются возмущенными, а движение (2.10), устойчивость которого исследуется, называется невозмущенным. А. М. Ляпунов дал строгое и четкое определение понятия устойчивости движения, удобное как для решения практических задач, так и для проведения теоретических исследований.

О п р е д е л е н и е . *Невозмущенное движение называется устойчивым, если для всякого положительного числа ε, как бы мало оно ни было, можно найти другое положительное число η, такое, что для всех возмущенных движений, для которых в начальный момент времени выполняются неравенства* $\xi_i(t_0) - \varphi_i(t_0) \le \eta;\ i = 1, 2, \ldots 2s$, *будут при всех* $t > t_0$ *выполняться неравенства*

$$\xi_i(t) - \varphi_i(t) < \varepsilon;\ i = 1, 2, \ldots 2s\,. \tag{2.11}$$

Движения, не удовлетворяющие условиям устойчивости, называются неустойчивыми. Устойчивые невозмущенные движения, для которых при достаточно малом η выполняются не только условия (2.11), но и более строгие условия

$$\lim_{t \to \infty} \xi_i(t) = \varphi_i(t);\ i = 1, 2, \ldots 2s \tag{2.12}$$

называются асимптотически устойчивыми.

Отсутствие такого определения часто приводило к недоразумениям, так как движение, устойчивое в одном смысле, может оказаться неустойчивым в другом, и наоборот. Это определение оказалось настолько удачным, что оно было принято в качестве основного другими учеными и носит название устойчивости по Ляпунову.

Нелинейные уравнения (2.9), как правило, не поддаются решению в замкнутом виде. Поэтому усилия создателей нелинейной теории, начиная с Пуанкаре и Ляпунова, были направлены на построение рациональных алгоритмов, позволяющих получить приближенные результаты того или иного уровня точности. Первый метод Ляпунова связан с интегрированием исходной системы уравнений с помощью специальных рядов, по степеням начальных значений. Если функции $F_i(t, \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{2s})$ голоморфные (аналитические), то возможно их разложение в ряд

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \sum_{j=1}^{2s} p_{ji}\xi_j + \tilde{F}_i(t, \xi_1, \xi_2, ..., \xi_{2s}), \qquad (2.13)$$

где $\tilde{F}_i$ содержат члены только порядка выше первого относительно координат $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_{2s}$.

А. М. Ляпунов сформулировал простые достаточные критерии устойчивости или неустойчивости линеаризованной системы и выяснил, в каких случаях линеаризация уравнений движения законна, т.е. когда можно ограничиться изучением поведения однородной линейной системы.

$$\frac{d\xi_i}{dt} = \sum_{j=1}^{2s} p_{ji}\xi_j. \qquad (2.14)$$

Вот, что пишет об этом сам Ляпунов: «Конечно, указанный сейчас прием вносит весьма существенное упрощение, в особенности, когда коэффициенты дифференциальных уравнений суть постоянные величины. Но законность такого упрощения *a priori* ничем не оправдана, ибо дело приводится к замене рассматриваемой задачи другою, с какою она может не находиться ни в какой зависимости. Во всяком случае очевидно, что если решение новой задачи и может давать ответ на первоначальную, то только при известных условиях, а последние обыкновенно не указываются».

Выяснение условий, при которых первое приближение действительно решает вопрос об устойчивости, и составляет содержание первой части работы Ляпунова. С помощью введенных им характеристичных чисел (функций и систем функций) Ляпунов находит критерий, выделяющий так называемые правильные системы дифференциальных уравнений, и доказывает одну из основных теорем теории устойчивости: *если система дифференциальных уравнений первого приближения правильная и если все ее характеристичные числа положительны, то невозмущенное движение устойчиво.* Правильными, в частности, являются системы с постоянными или периодическими, имеющими общий период, коэффициентами p_{ji}.

При исследовании устойчивости по первому приближению Ляпунов разработал общую теорию дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, до сих пор его идеи являются основополагающими в этой теории.

А. М. Ляпунов доказал две теоремы о неустойчивости равновесия, которые являются по сути обратными теореме Лагранжа – Дирихле.

Первая теорема Ляпунова. *Равновесие консервативной системы неустойчиво, если отсутствие минимума потенциальной энергии можно установить по членам второго порядка малости в разложении потенциальной энергии в ряд Маклорена без необходимости рассмотрения членов высших порядков малости.*

Вторая теорема Ляпунова. *Равновесие консервативной системы неустойчиво, если потенциальная энергия системы имеет максимум и наличие этого максимума может быть установлено из рассмотрения членов низшего порядка малости, входящих в разложение потенциальной энергии в ряд Маклорена в окрестности положения равновесия.*

Далее А. М. Ляпунов рассмотрел простые особенные случаи, когда об устойчивости нельзя судить по первому приближению, в частности рассмотрел случай наличия периодического решения. Второй метод Ляпунова, его часто называют прямым методом, основан на использовании V-функции (функции Ляпунова). Рассматривается некоторая функция $V(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_{2s})$, по изменению которой на основании уравнений системы (2.9) можно сделать заключение об устойчивости движения. Например, для консервативных систем такой функцией может быть полная энергия системы, которая должна сохранять в данном случае постоянное значение. Однако для систем общего вида никаких правил определения существования V-функций и способов их построения, если они существуют, Ляпунов не дал. Разумеется, построить функцию Ляпунова для определенной системы автоматического управления или возмущения стационарного движения механической системы – дело нелегкое, однако в ряде случаев это значительно проще, чем решение исходных дифференциальных уравнений задачи.

Для тех задач, и которых линейное приближение не решает вопроса об устойчивости нулевого решения системы (2.9), Ляпунов разработал теорию критических случаев. Он выделил наиболее важные критические случаи, когда правые части системы (2.9) не зависят явно от времени. При этом оказалось, что на устойчивость решений могут повлиять члены сколь угодно высокого порядка в разложении правых частей системы (2.9) по степеням ξ_i. При исследовании устойчивости в критических случаях Ляпунов предложил понижение порядка исследуемой системы (принцип сведения Ляпунова). При этом строятся с помощью решения уравнений с частными производными семейства решений системы (2.9). Этот подход впоследствии получил развитие в работах Н. Н. Боголюбова и Ю. А. Митропольского под названием метода интегральных многообразий [11, 12]. Ляпунов, наряду с А. Пуанкаре, считается создателем метода малого параметра, который он применил для построения решений и интегральных многообразий системы (2.9). Академик РАН Н. Н. Моисеев отмечал, что значение теории малого параметра Ляпунова – Пуанкаре состоит не только в том, что она дает метод отыскания периодических решений квазилинейных уравнений. Эта теория также дает очень много для понимания того, как должны строиться методы исследования новых задач.

Ляпунов поставил вопрос об устойчивости движения с высочайшей степенью математической строгости. Это обстоятельство делало его работы доступными лишь небольшому количеству специалистов. В задачах небесной механики, для которой в первую очередь Ляпунов предназначал свою теорию, ее применение требовало большого объема вычислений и в то время не представлялось перспективным. Сам Александр Михайлович применял разработанную теорию устойчивости движения для исследования устойчивости форм равновесия неоднородной вращающейся жидкой массы, находящейся под действием сил взаимного притяжения. В этом вопросе он достиг высочайших результатов. Но, как предмет исследования, так и труды Ляпунова очень сложны для понимания, и все богатство его идей не было воспринято современниками и до конца не понято еще и ждет своих исследователей.

Причины первоначальной невостребованности теории устойчивости Ляпунова не только в значительных математических ее трудностях, но и в технической отсталости царской России и в малом количестве научных работников, способных применять методы Ляпунова. Однако постепенно с развитием техники задачи на устойчивость становились все более актуальными. Для применения методов Ляпунова в технике требовалась их дальнейшая разработка и большое количество работников с достаточно высокой квалификацией. В СССР, в связи с индустриализацией страны, развитием науки и техники, теория устойчивости движения нашла широкое применение. С развитием кибернетики и теории автоматического управления теория устойчивости движения вышла на первый план. Особенно большое развитие в математике и механике получил второй метод Ляпунова.

Заинтересованность в применении теории устойчивости движения возникла именно благодаря приложениям в технике. В свою очередь эти приложения потребовали дальнейшего развития теории. В СССР в разных городах стали возникать группы ученых, исследовавших и применявших на практике теорию устойчивости движения Ляпунова. Уже в конце 20-х годов прошлого столетия в Казани образовалась первая группа во главе с Н. Г. Четаевым [13]. Эта группа впоследствии распалась на несколько самостоятельных групп: в Москве в Институте механики АН под руководством Н. Г. Четаева, в Казани остался руководить Г. В. Каменков, в Алма-Ате – группа К. П. Персидского, в Свердловске – И. Г. Малкина [14, 15]. В Москве в Астрономическом институте при МГУ также была организована группа под руководством В. В. Степанова, давшая впоследствии несколько творческих коллективов, из которых особенно прославились группа работников Института математики МГУ (В. В. Степанов и В. В. Немыцкий), разрабатывающих качественную теорию дифференциальных уравнений [16]. При этом в СССР впервые в мире результаты этой теории применены к технике и физике. С 1926 г. под руководством А.А. Андронова проводились исследования по применению теории устойчивости движения к колебательным явлениям в физике [17]. Это вызвало большой интерес к разработке качественной теории дифференциальных уравнений.

Н. Д. Моисеев возглавил группу астрономов, чрезвычайно активно работающих в области устойчивости. Они много сделали для популяризации идей и методов А. М. Ляпунова. Советские ученые с успехом применили теорию устойчивости движения не только к задачам небесной механики, но и к движению артиллерийского снаряда и полету самолетов. С 1950 г. в связи с развитием теории автоматического регулирования теория устойчивости получила новые стимулы для развития. Методы Ляпунова нашли также дальнейшее развитие в теории колебаний, теории управления, теории упругости и ползучести. О развитии творческого наследия А. М. Ляпунова в трудах ученых ХПИ можно прочитать в следующих главах настоящей книги.

Литература

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов // Собр. соч. — М.: Изд-во. АН СССР. — 1954. — Т. 2— С. 7–236. (*)

2. Клод А. Теория фигуры Земли, основанная на началах гидростатики / Клод. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1947. — 220 с.

3. Лагранж Ж. Л. Аналитическая механика. Т. II / Ж. Л. Лагранж. — М.; Л.: Гостехиздат, 1950. — 440 с. (*)

4. Крылов А. Н. Воспоминания и очерки. / А.Н. Крылов. — М.: Изд-во АН СССР, 1956. — 884 с.

5. Ларин А. А. Становление теории колебаний механических систем: исторический обзор / А. А. Ларин // Дослідження з історії техніки: Зб. наук. пр. — К.: НТУУ «КПІ», 2006. — Вип. 8. — С. 41–50

6. Фердинанд Миндинг 1806–1885. — Л.: Наука, 1970. — 224 с. (*)

7. Лежён–Дирихле Г. П. Об устойчивости равновесия / Ж. Лагранж // Аналитическая механика. Т. I: Дополнения. — М.; Л.: Гостехиздат, 1950. —С. 538. (*)

8. Геронимус Я. Л. Очерки о работах корифеев русской механики / Я. Л. Геронимус. — М.: Гостехиздат, 1952. — 519 с. (*)

9. Вышнеградский И. А. Теория автоматического регулирования (линеаризованные задачи): Сб. работ / И. А. Вышнеградский, Д. К. Максвелл, А. Стодола. — М.: Изд-во АН СССР, 1949. — 431 с.

10. Бреславский Д. В. Иван Алексеевич Вышнеградский — основоположник теории автоматического управления (к 175-летию со дня рождения) / Д. В. Бреславский, С. А. Горелова, А. А. Ларин // Вестн. НТУ «ХПИ»: Сб науч. тр. — Х., 2007. — Вып. 10: Автоматика и приборостроение — С. 3–12.(*)

11. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. — М.: Наука, 1958. — 543 с.

12. Митропольский Ю. А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний / Ю. А. Митропольский. — М.: Наука, 1964. — 431 с.

13. Четаев Н. Г. Устойчивость движения / Н. Г. Четаев. — М.: Наука, 1965. — 207 с. (*)

14. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения / И. Г. Малкин. — М.; Л.: Гостехиздат, 1952. — 431 с.(*)

15. Малкин И. Г. Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний / И. Г. Малкин. — М.; Л.: Гостехиздат, 1949. — 244 с.

16. Немыцкий В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений / В. В. Немыцкий, В. В. Степанов. — М.; Л.: Гостехиздат, 1952. — 448 с.(*)

17. Андронов А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. — М.: Гос. изд-во физ-мат. лит., 1959. — 916 с.